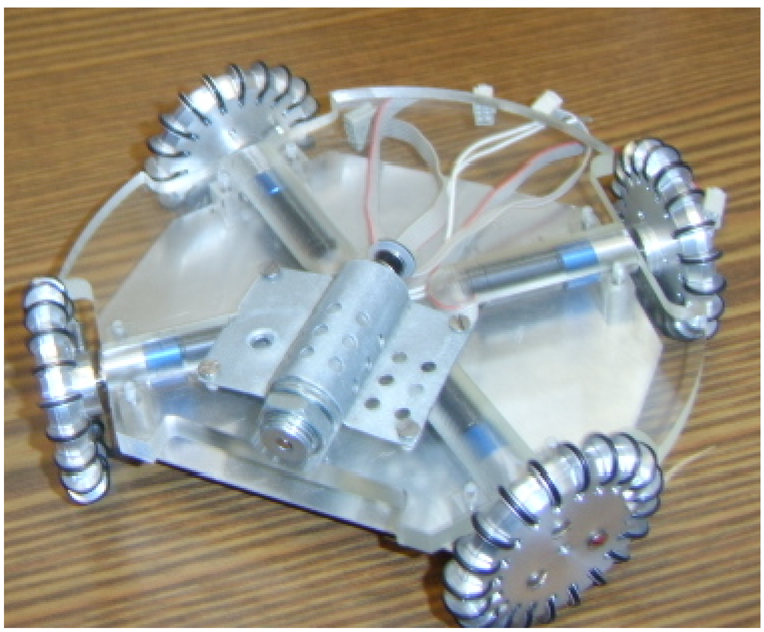
Minden irányú kerekes robotok meghajtásának matematikai alapjai

Készítette:Gönczi Anita



Tervezte:Simon Béláné
Készítette:Százvai Attila

Konzulensi Nyilatkozat

Alulírott Simon Béláné Nyf TTIK Főiskolai tanár nyilatkozom, hogy Gönczi Anita TTIK matematika szakos hallgató iránymutatásommal készítette a Minden irányú kerekes robotok meghajtásának matematikai alapjai című tudományos diákköri munkáját. A pályamunkát javaslom a 2010/2011. tanévi Házi Tudományos Diákköri Konferencián történő bemutatásra.

Nyíregyháza, 2010. november 18.

....

konzulens aláírása

Hallgatói Nyilatkozat

Alulírott Gönczi Anita Nyf TTIK Matematikai szakos hallgató nyilatkozom, hogy a 2010/2011. tanévi Házi Tudományos Diákköri Konferenciára Minden irányú kerekes robotok meghajtásának matematikai alapjai címmel benyújtott pályamunka a saját munkám, a felhasznált irodalmakat korrekt módon kezeltem.

Nyíregyháza, 2010. november. 18

....

hallgató aláírása

Tartalomjegyzék

7. Hogyan vezessünk kerékcsúszás nélkül

7.1 Azonosító csúszó kerekek

7.2 Csúszó kerekek kezelése

8.Vezetés egy motor nélkül

1.Bevezetés

A minden irányú kerekeket használják a robotikában, iparban, és a logisztikában évek óta. A minden irányú kerekek nagyon népszerűek, főleg a RoboCup közösségben. A Nyíregyházi Főiskola is bekapcsolódott 4 évvel ezelőtt ebbe a közösségbe. A Robocup célja, hogy serkentse a robotfejlesztést és a mesterséges intelligencia kutatásokat az egész világon. Ennek érdekében évente rendeznek tudományos tanácskozást és versenyt a kutatók és fejlesztő csapatok számára. A versenyeken különböző tesztfeladatokat tűznek ki, ilyen tesztfeladat például a futball mérkőzés. A futball mérkőzéseket több ligában játsszák, a futballozó robotok felépítésétől és méretétől függően. Ezek egyike a kisméretű robotok futball ligája, röviden Smoll Size League.

1. ábra: Szingapure 2010

Ebben a ligában a futballozó robotok kerekeken guruló 180 cm átmérőjű és 15 cm magas henger alakú robotok. A mérkőzést öt robottal játsszák, egy kapus és négy játékos. A robotok felépítésében fontos szerepet játszik a meghajtó rendszere.

2.ábra:robotfoci játékos

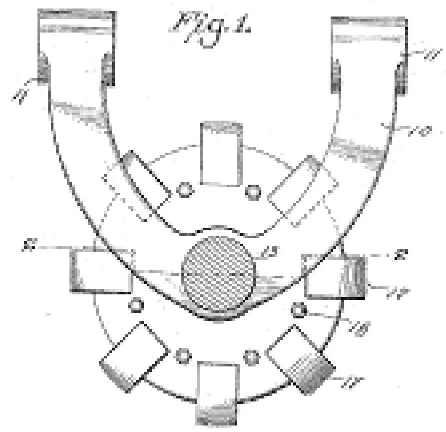
Manapság ebben a ligában versenyző csapatok robotjainak hajtóműve minden irányú kerekek vezérlésén alapul. A dolgozatomban a minden irányú kerekek vezérlésének matematikai alapjaival foglalkozom. A Főiskola tervezi, hogy bekapcsolódik a kisméretű futballozó robotok ligájába, ezért szükség lesz ezekre a matematikai módszerekre.

2.Minden irányú kerék rövid története

Az első minden irányú kerék szabadalmazása 1919-ben J. Grabowiecki nevéhez fűződik. Az első modern minden irányú kerék megépítője egy svéd mérnök Brengt Ilon volt 1973-ban. A kerék a Mecanum vagy svéd kerék nevet kapta a gyártó cégről. Ezt a fajta kereket a Robocup versenyzői közül elsőként az amerikai Cornell-i egyetem csapata használta futballozó robotjai hajtó rendszerében. A Cornell-i csapat 5 év alatt 4 alkalommal győzött a kisméretű futballozó robotok ligájában. A Robocup által évenként megrendezett világversenyeken egy-egy futball-mérkőzés alkalmas az új technológiák, eszközök tesztelésére, valamint a bizonytalan rendszerek vezérlésének kipróbálására a robotfejlesztés területén. Oktatási szempontból is fontos, mivel ráveszik a hallgatókat, hogy egy komplex rendszert, rendszerszemlélettel tervezzenek, készítsenek, és vezéreljenek. A Cornell-i csapat által 2000-ben bevezetett minden irányú keréknek két fő előnye van a szabványos két-kerekű meghajtással szemben:

1.A robotot jobban lehet irányítani

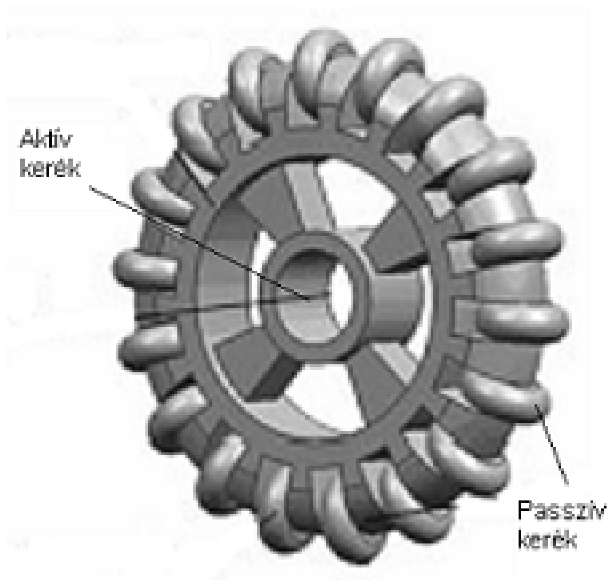
2.A labda röppályájának generálási problémája lényegesen egyszerűbb



3.ábra: Omnidirectional kerék vázlata

Sok mai RoboCup versenyző önállóan készíti a minden irányú kerekeket a robotokhoz. A Főiskolai csapatunk is saját készítésű robottal szeretne versenyezni. Főiskolánk Műszaki Karán a készülő kisméretű futballozó robothoz már elkészítették, a saját tervezésű robot többirányú kerekeit. Az aktív kerék meghajtásához szükséges motorokat is beépítették az alvázba.

3.Minden irányú kerék felépítése



4. ábra: Omnidirectional kerék

A minden irányú kerekek egyre népszerűbbek a mobil robotok körében, mert hogy a robot egyenesen tudjon haladni anélkül, hogy a forgás lenne az első. A transzlációs mozgást össze lehet kapcsolni a forgással, hogy a robot meg tudjon érkezni a rendeltetési helyére. A minden irányú keréknek két része van: egy aktív kerék, és körülötte passzív kerekek. Az omnidirectional kerekek felépítésének általános elve, hogy a kerék vonóereje a motortengelyekre merőleges, a kerék viszont tapadás nélkül képes legyen ennek ellenére elmozdulni a motortengely irányába. Minden egyes kereket meghajtó motorok a padlóval párhuzamosak, az aktív kerekek az alváz szélére vannak felszerelve. Ezek az erők összeadódnak, ami segítségével egy transzlációs és forgó mozgást tud végezni a robot. A vonóerő a motortengely irányára merőleges, és a padlóval párhuzamos. Mivel azonban a kerekeknek és a motoroknak hely kell, az egyszerű elrendezés nem lehetséges, mivel a robot nagyon instabil lenne. Népszerűek a 3 s 4 kerekes robotok. Minden egyes kerék mozgatja a robotot előre, de mivel a kerekek a robot szélén vannak elhelyezve, forgatni is tudják a robot. Ahhoz, hogy a motorok forgatónyomatékait kapcsolatba hozzuk a robot forgásával, elemeznünk kell a problémát geometriai szempontból. A robotnak általában két szimmetria tengelye van: egy vízszintes és egy függőleges. A motor tengelyek közti szögét φ-vel jelöljük. Négy kerék esetén a szögeket φ_1 φ_2,φ_3,φ_4. A robot geometriai középpontjában elhelyezett saját vektorrendszerében jelöljük őket. Ezért az i-dik kerék vontatási iránya ebben a koordináta rendszerben φ_i+$\pi/2$ lesz. Amikor a négy darab kereket aktiváljuk négy darab vonóerőt kapunk: F_1 F_2 F_3 F_4. Amelyekből adódik egy transzlációs erő és egy forgatónyomaték. Az erők összege függ a kerekek geometriai elrendezésétől.

3.1.Erő- és Sebességpárosító mátrix

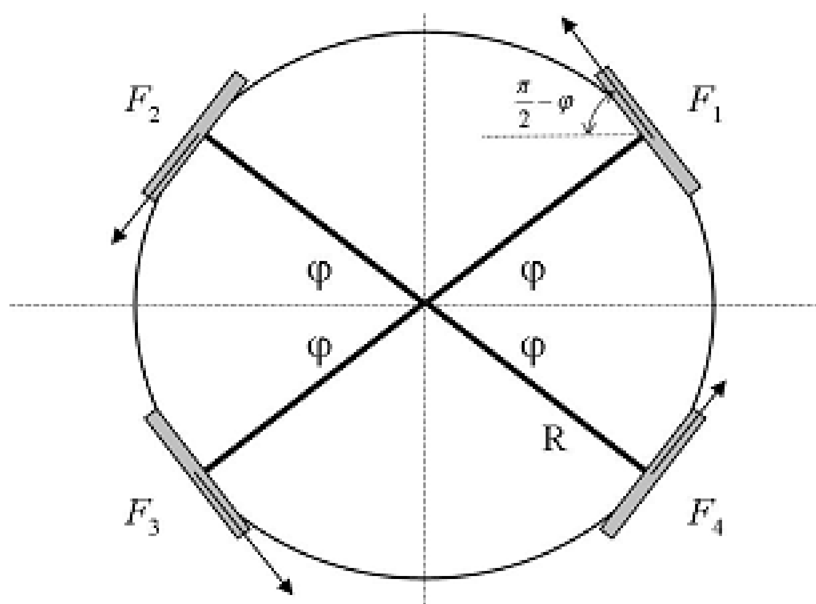
Tegyük fel, hogy szeretnénk elmozdítani a robotot x tengely és y tengely irányba. Egyszerűség kedvéért a robot pillanatnyi gyorsulását és sebességét a robothoz rögzített koordináta rendszerben fogjuk megállapítani. Például ha a robot előre mozdul el, akkor az y irányban lesz egy bizonyos pozitív sebessége, az x irányba pedig zérus értékű lesz a sebessége. Ekkor a robot bizonyos pozitív sebességgel halad y irányba, és x irányba nem halad. A robot eltolási és elforgatási sebességét Euklideszi mennyiségnek nevezzük majd megkülönböztetésül a motor sebességektől és a motor gyorsulásoktól. A robot tömegközéppontjának (ami feltételezésünk szerint egybeesik a kör alakú robotunk geometriai középpontjával) egyenes vonalú gyorsulását az alábbi összefüggés adja meg:

$$a = \left(\frac{1}{M}(F_1 + F_2 + F_3 + F_4) \right)$$

ahol, M a robot tömege. A szöggyorsulást pedig az alábbi képlet adja meg:

$$\omega = \left(\frac{R}{I}(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \right)$$

R a robot sugara, f_i az erő vektor nagysága, ahol i=1,...,4, és I a tehetetlenségi nyomatéka a robotnak. A motor forgó irányától függően f_i pozitív vagy negatív előjelet adunk. Ki tudjuk számolni az x és y komponensek segítségével a robotgyorsulást, a motorerők megfelelő komponenseit figyelembe véve a következőt:



5. ábra:A kerekek elrendezése és az erők eloszlása

Az ábra segítségével meg tudjuk határozni a kerekek helyzetét. Mivel cos(π/2-φ)=sinφ és sin(π/2-φ)=cosφ, ezért a kerekek helyzetéből adódóan a következő egyenleteket kapjuk:

$$Ma_x = -f_1 \sin\varphi - f_2\sin\varphi + f_3\sin\varphi + f_4\sin\varphi$$
$$Ma_y = f_1\cos\varphi - f_2\cos\varphi - f_3\cos\varphi + f_4\cos\varphi$$

A fizikából ismerős, hogy a forgató nyomaték egyenesen arányos a szöggyorsulással, azaz

$$I = \left(\frac{F * R}{\omega}\right)$$

Az arányossági tényező neve inercia nyomaték vagy tehetetlenségi nyomaték, és I-vel jelöljük.

$$\omega = \left(\frac{F * R}{I}\right)$$

A homogén henger tehetetlenségi nyomatéka:

$$I = \left(\frac{1}{2}(MR^2)\right)$$

Gyűrű tehetetlenségi nyomatéka: I=MR^2. Egy tetszőleges tömegeloszlásra a középpontba sűrített tömeg és a perifériára tömörített tömeg közötti tehetetlenségi nyomatékra egy α szorzót használunk. Egy pontszerű tömeget a középpontja körül végtelenül gyorsan tudjuk megpörgetni. α=0. Ha egy gyűrű alakban oszlik el a tömeg, amelyek sugara nagyon nagy, akkor igen lassan tudjuk a középpont körül forgatni. α1. Ezért az α-t a 0 és 1 közé tesszük.

$$\omega = \left(\frac{R}{I}(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)\right)$$

Ezek segítségével ki tudjuk fejezni négy kerékre a gyorsulási egyenleteket mátrix s vektor szorzataiként:

$$(a_x, a_y, \omega)^t = \frac{1}{M} \begin{pmatrix} -sin\varphi & -sin\varphi & sin\varphi & sin\varphi \\ cos\varphi & -cos\varphi & -cos\varphi & cos\varphi \\ \frac{MR}{I} & \frac{MR}{I} & \frac{MR}{I} & \frac{MR}{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$$

Egyszerűsítünk az I=αMR^2-tel. Az alábbi összefüggést kapjuk:

$$(a_x, a_y, \omega)^t = \frac{1}{M} \begin{pmatrix} -sin\varphi & -sin\varphi & sin\varphi & sin\varphi \\ cos\varphi & -cos\varphi & -cos\varphi & cos\varphi \\ \frac{1}{\alpha R} & \frac{1}{\alpha R} & \frac{1}{\alpha R} & \frac{1}{\alpha R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$$

Tovább tudjuk egyszerűsíteni a mátrixot ha ω helyett Rω -t írunk. Ekkor kapjuk a következő egyenletet kapjuk:

$$(a_x, a_y, \omega)^t = \frac{1}{M} \begin{pmatrix} -sin\varphi & -sin\varphi & sin\varphi & sin\varphi \\ cos\varphi & -cos\varphi & -cos\varphi & cos\varphi \\ \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$$

Ekkor kapjuk a 3x4 mátrixot, amit **erőpárosító mátrixnak** nevezünk, és C_α-val jelölünk.

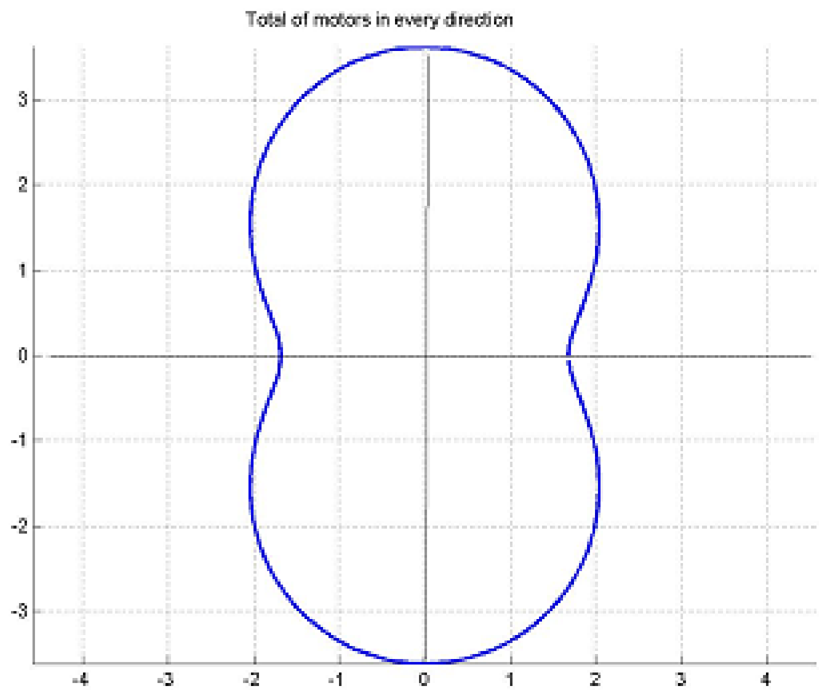
Tehát, ha ismerjük a négy motor állapotát (forgatónyomatékukkal együtt) egyszerűen kiszámíthatóak mátrix művelettel a robot egyenes vonalú gyorsulásának x és y irányú összetevője, valamint az alváz kerületi gyorsulása.

3.1.1 Megjegyzések, észrevételek, következtetések

Érdemes megjegyezni, ha f_1=f_3=1 és f_2=f_4=-1 akkor a robot áll, miközben a kerekek forognak egymással szemben. Ekkor sok energiát pazarol el, de a robot nem mozog. Feltételezzük hogy a kerekek nem csúsznak, azaz összes motor nyomaték átadódik a robotnak. Ez a feltételezés irreális, amit később tárgyalunk

Az is megfigyelhető, hogy a forgási gyorsulás mennyire függ a robot tömegeloszlásától. Ha a mátrix szorzással kiszámítjuk az omega pont gyorsulását a robotnak. $\sum \frac{f_i}{\alpha R M}$. Akkor megállapítható a képletből, hogy pontszerű tömeg végtelenül gyorsan forog a középpontja körül $\alpha \approx 0$, R kicsi, α növelése a tömeg lassabban forog a sugár nagyságával arányosan.

Az is jól láthat a 6. ábrából, hogy hány motor hatékonyságának felel meg az elmozdulási gyorsulás.



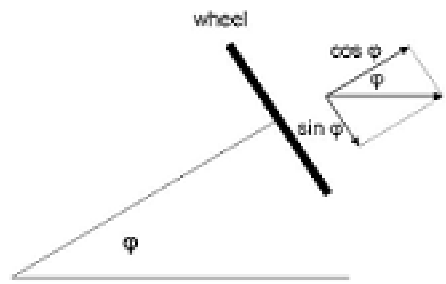
6.ábra: A hatékony motorok száma irányaiként az origó körül, ha a roboton 4 szimmetrikusan elhelyezett omnidirectional kerék van.

6. ábra azt szemlélteti, hogy hány motornak van együttes hatása, amikor előre vagy oldalra hajtjuk a robotot, vagy bármely irányba. Oldalra hozzávetőleg 1,8, előre 3,7 motor 45 fokos szögben két motor erejéből adódik a robot mozgása.

3.2 Euklideszi mennyiségek, sebesség vektorok

A mozgásegyenletek integrálásával is ki tudnánk számítani a kerekek végső sebességeit és a robot egyenes vonalú sebességét illetve szögsebességét. Nekünk azonban az Euklideszi térben kell elhelyezni a robotot. Ott kell kiszámítani az útvonalfüggvényét (trajektorját) és abból levezetni a sebességét minden egyes keréknek. Nézzük először a problémát geometriai szempontból.

A négy motor sebességét egyesítjük egy $(v_1,v_2,v_3,v_4)^T$ vektorba, a robot Euklideszi sebességének x és y irányú összetevőjét, valamint az érintő irányú forgási sebességét pedig egy $(v_x, v_y, R\omega)^T$ vektorba. Eszerint, ha a robot mozgását (1,0,0) vektorral jellemezzük, akkor ez azt jelenti, hogy a robot oldalra mozdul el, forgás nélkül. A 7 ábrán jól látható, hogy amikor a robot 1 egységnyi sebességgel jobbra elmozdul a kerekek sinφ sebességgel forognak (a megfelelő előjellel). A vízszintes elmozdulásnak az egyik komponensét adja az aktív kerék (azaz a sinφ -t), a másik komponensét a passzív kerekek adják (azaz cosφ -t).



7.ábra: Aktív, passzív kerekek forgása a robot egységnyi sebességű oldalmozgása során

Ha előre halad a robot, és nincs forgása, akkor $[0, 1, 0]^T$ vektor írja le az y irányú mozgását a robotnak. Ezt a mozgást leképezve a kerekekre 7. ábra szerint a kerekek: A motor sebességek és a robot sebessége között a fenti meggondolás alapján az alábbi kapcsolat áll fent:

$$(v_1, v_2, v_3, v_4)^t = \begin{pmatrix} -sin\varphi & cos\varphi & 1 \\ -sin\varphi & -cos\varphi & 1 \\ sin\varphi & -cos\varphi & 1 \\ cos\varphi & sin\varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ R\omega \end{pmatrix}$$

Ezt a mátrixot, amely leképezi a robot sebességvektorát a kerekek sebességeire D-vel jelöljük majd és sebességpárosító mátrixnak nevezzük. Van tehát egy C_α-val jelölt erőpárosító mátrixunk és egy D-vel jelölt sebességpárosító mátrixunk.

Jelölje a az $(a_x, a_y, R\omega)^T$ a robot gyorsulás vektor, f az $(f_1, f_2, f_3, f_4)^T$ a kerekek erővektorát, v a $(v_x, v_y, R\omega)^T$

a robot sebességvektorát, m a $(v_1, v_2, v_3, v_4)T$ a motorok sebességvektorát.

A következő transzformációk hajthatóak végre a $C\alpha$ és D mátrixokkal, ha Cα-nak az inverzét Cα^+ -al jelöljük. A motorerőkből kiszámíthatóak a gyorsulás mennyiségei, az előzőnek fordítottja. A robot sebességi adataiból kiszámíthatóak a motorok sebességei, a motorok sebességéből a robot sebességei.

a= Cα f

f=Cα^+a

m=D v

v=D$^+$ m

A mi robotunkban, a geometriai jellemzők:

$$(v_1, v_2, v_3, v_4) = \begin{pmatrix} -sin37,5 & cos37,5 & 1 \\ -sin37,5 & -cos37,5 & 1 \\ sin37,5 & -cos37,5 & 1 \\ cos37,5 & sin37,5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

kiszámítva:

v1=-0.556

v2=-0.556

v3=+0.556

v4=+0.556

Összefoglalás

A dolgozatomban a négykerekű omnidirectional mozgó robot geometriai tulajdonságai alapján olyan párosító mátrixokat alkottunk meg amelyek segítségével mátrixműveletekkel könnyen kiszámíthatók a robot irányításához szükséges fizikai mennyiségek. A dolgozatomban ugyan igaz csak négykerekű robotokra igazoltuk a transzformációkat, de hasonló eredményekhez jutunk több kerék esetére is, de a Robocup versenyeken több évtizede résztvevő csapatok kikísérletezték több kerékre a robotokat, ezért nem tartottam szükségesnek tárgyalni ezt a részt.

Irodalomjegyzk:

[1] Raul Rojas:Omnidirectional Control

[2] Raul Rojas:A short history of omnidirectional wheels

[3] Chuntao Leng, Qixin Cao :Velocity Analysis of Omnidirectional Mobile Robot and System Implementation

[4] Raffaello DAndrea:Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering

[5] Raul Rojas and Alexander Gloye Forster: Holonomic Control of a robot with an omnidirectional drive.

[6] Simon Béla: Fizikai alapok